



Типовые задачи по математической экономике для поступающих в математико-экономический класс

Приведенный ниже список задач не является исчерпывающим, однако если Вы умеете решать такие задачи – Вы сможете решить и те задачи, которые будут Вам предложены на вступительных испытаниях. При подготовке также рекомендуем ознакомиться с заданиями олимпиады им. Канторовича¹ и заданиями муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по экономике для 7-8 класса

Задача 1. Деньги и дрова

Две хозяйки (Маша и Даша) и один хозяин (Миша) готовили на общей печке обед. Продукты были общими, а вот дрова каждый должен был обеспечить отдельно. Маша принесла три полена, Даша – пять таких же поленьев, а Миша, согласно ранее достигнутой договоренности, отдал им восемь рублей. Маша и Даша сочли это равным вкладом в общее дело. Как разделить “по справедливости” между Машей и Дашей эти восемь рублей, если дрова прогорели полностью? Объясните почему?

Задача 2. Антикризисные макароны

В связи с падением доходов населения из-за экономического кризиса общее потребление макарон выросло на 10%. При этом выручка производителей макарон при этом возросла с 500 млн. руб. до 660 млн. руб. На сколько процентов изменилась цена макарон?

Задача 3. Антикризисное золото

В связи с финансовым кризисом гражданин N решил снять деньги с банковского счета и вложить их более выгодно. Он купил маленький золотой слиток, который за шесть месяцев подорожал на 25%. Гражданин N думал, что цена золота будет продолжать расти, но ошибся. Подождав еще шесть месяцев, он продал слиток. Сумма, которую он получил, оказалась на 10% меньше, чем он бы выручил шесть месяцев назад. Сколько выиграл или проиграл гражданин N, если он мог бы положить деньги в банк и получать 20% в год (деньги можно класть только на целый год)?

Задача 4. Дилемма пенсионерки

Бабушка Марья, достигнув 65 лет, ушла на пенсию. Но, к несчастью, ее пенсии было недостаточно, и она решила заняться бизнесом. Бабушка прекрасно готовит котлеты и пирожки с мясом. За день бабушка может сделать 100 пирожков из 10 кг теста и 8 кг фарша или 100 котлет из 20 кг фарша. На рынке установились такие цены: пирожки стоят 30 рублей, котлеты стоят 40 рублей, 1 кг теста – 100 руб., 1 кг фарша – 150 руб.

(а) Что станет готовить и продавать бабушка и какую прибыль она получит?

(б) Если фарш подорожает на 20%, и при этом цена котлет и теста не изменится, при какой минимальной цене пирожков бабушке будет безразлично, что продавать – пирожки или котлеты?

Задача 5. Мягкие издержки

¹ <http://kantorovich.olimpiada.ru/news/54>

Акционерное общество «Рома & Со» занимается производством мягких игрушек. Постоянные (не зависящие от объема производства) затраты компании составляют 50% от общих затрат. К переменным затратам относятся: сдельная зарплата, расходы на сырье и транспорт. Их доли в переменных затратах изначально составляли соответственно 50%, 40% и 10%. В результате глобальных изменений на мировых рынках через год зарплата выросла на 10%, сырье подорожало на 12,5%, транспортные расходы – на 100%, а постоянные затраты, количество используемых ресурсов, цена и объем производства мягких игрушек остались неизменными. Как изменилась рентабельность (то есть отношение прибыли к затратам) АО «Рома & Со», если изначально она равнялась 20%?

Задача 6. Проблема подбора персонала

На рынке труда услуг инвестиционных банкиров присутствует один покупатель – инвестиционный банк «Атлант Капитал». Предложение труда обеспечивают три агентства по подбору персонала – «Альфа менеджмент», «Бета менеджмент» и «Дельта менеджмент». Функции предложения кандидатов на позицию инвестиционного банкира от каждого из агентств выглядят следующим образом:

«Альфа менеджмент»	$W_i = 25 + 5L_i$
«Бета менеджмент»	$W_i = 10 + 7L_i$
«Дельта менеджмент»	$W_i = 35 + 4L_i$

Приведенные функции означают, например, что агентство «Альфа менеджмент» продаст первого кандидата за 30 у.е. в год, а второго кандидата за 35 у.е. в год и т.д.

У инвестиционного банка «Атлант Капитал» выделен бюджет на найм новых сотрудников в размере 200 у.е. в год. Какое количество человек наймет «Атлант Капитал» и сколько заработает каждое агентство по подбору персонала?

Задача 7. Такие разные зрители

Телекомпания, предоставляющая услуги спутникового телевидения, предлагает своим клиентам подписку на два новых телеканала: «Автоспорт» и «Сериалы». Известно, что среди потенциальной аудитории этих каналов имеется две группы потребителей (в каждой группе потребителей 1000 человек), каждый из которых готов заплатить за просмотр телеканала следующую цену (в месяц):

Аудитория	Телеканал «Автоспорт»	Телеканал «Сериалы»
Взрослые мужчины	не более 190 рублей в месяц	не более 85 рублей в месяц
Женщины среднего возраста	не более 100 рублей в месяц	не более 180 рублей в месяц

Телеканалы уже созданы и подключение каждого дополнительного потребителя не требует от телекомпании дополнительных затрат.

(а) Какие цены следует установить телекомпании, чтобы максимизировать ежемесячную прибыль от новых телеканалов, если она не может установить разные цены для разных групп потребителей? Какую прибыль получит телекомпания?

(б) Телекомпания поняла, что она может продавать подписки на телеканалы не только по отдельности, но и в виде пакета «Автосериалы», в который входят именно эти два

телеканала. Какие цены ей теперь следует установить? Какую прибыль получит телекомпания?

(в) Как изменится ценовая политика телекомпании и величина ее прибыли, если среди потенциальной аудитории новых телеканалов появится третья группа зрителей в количестве 500 человек:

Молодые мужчины	не более 200 рублей в месяц	Не более 10 рублей в месяц
-----------------	-----------------------------	----------------------------

(г) Приведите из реальной жизни пример практики, подобной той, к которой прибегла телекомпания в п (б)

Задача 8. Чеканка из каучука

В Бразилии и Аргентине из каучука производятся мячи и галоши. Бразилия обладает 100 единицами каучука, а Аргентина – 500 единицами каучука. Технологии производства в странах также отличаются, и они полностью определяют количество каучука, необходимое для производства 1 мяча или 1 галоши в каждой стране:

Страна	Затраты каучука на 1 галошу	Затраты каучука на 1 мяч
Бразилия	2 единицы	1 единица
Аргентина	1 единица	2 единицы

В обеих странах мячи и галоши нужны людям в пропорции 1:2 (национальное хобби жителей этих стран – чеканить мячиками в галошах, поэтому мячи и галоши традиционно используются в комплектах из одного мяча и двух галош).

(а) Допустим, страны не могут обмениваться ничем. Каково максимальное количество людей, которые могут чеканить мячиками в галошах в каждой из стран и в целом в мире?

(б) Допустим, страны могут обмениваться произведенными мячиками и галошами, но не могут обмениваться каучуком. Каково максимальное количество людей, которые могут чеканить мячиками в галошах в каждой из стран и в целом в мире?

(в) Допустим, страны могут обмениваться не только произведенными товарами, но также и каучуком. Каково максимальное количество людей, которые могут чеканить мячиками в галошах в каждой из стран и в целом в мире?

(г) Представим себе, что страны могут обмениваться всем: мячами, галошами, каучуком, а главное технологиями производства. Каково максимальное количество людей, которые могут чеканить мячиками в галошах в каждой из стран и в целом в мире?

(д) Объясните, за счет чего меняется объем производства в пунктах б, в и г? Приведите пример из Вашей жизни?

Задача 9. Где построить завод

Страна Экономия имеет форму отрезка, растянувшегося вдоль непреодолимых гор. В этой стране расположены 15 городов, расстояние между которыми различно, а численность населения в каждом городе – одинакова. Правитель Экономии хочет в одной из точек этой страны (не обязательно в одном из городов) разместить завод по производству полезного вещества, нужного в равном количестве всем жителям Экономии. Каждое утро с завода должны отправляться автомобили, развозящие вещество по городам (каждая машина едет только в один город, а после рейса возвращается на завод). Расходы на перевозку полезного вещества равны количеству километров, которые проезжает машина. Правитель стремится

сделать так, чтобы все жители были обеспечены этим веществом, при этом расходы на перевозку были минимальны. Где в таком случае ему следует разместить завод?

Задача 10. Овощи «ТОП»

ООО «ТОП» производит три товара — томаты, огурцы и перцы. В производстве каждого из трех товаров используются два расходных материала — удобрения и смесь для полива. Компания, поставляющая эти материалы, уведомила ООО «ТОП», что в следующем месяце она не сможет поставить больше, чем по 5500 единиц каждого из материалов. Других поставщиков компания найти в течение месяца не сможет. Информация о трех товарах приведена в таблице:

	<i>Томаты</i>	<i>Огурцы</i>	<i>Перцы</i>
<i>Расход удобрений на ед. товара</i>	8 ед.	10 ед.	8 ед.
<i>Расход смеси для полива на ед. товара</i>	10 ед.	6 ед.	14 ед.
<i>Максимальный спрос на товар (в месяце)</i>	150 ед.	200 ед.	250 ед.
<i>Прибыль от продажи ед. товара (руб/ед)</i>	30	24	32

Определите, сколько каждого из товаров следует произвести фирме, чтобы ее прибыль была наибольшей.

Задача 11. Озерный город

В Озерном королевстве города расположены вокруг круглого озера (всего городов – 4). Мудрый король хочет построить на озере искусственный остров, так чтобы суммарное расстояние между ним и городами было минимальным. Где королю надо нарыть остров? Приведите полное обоснование.