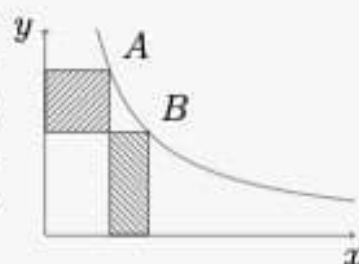


Собеседование в восьмой математический класс. Письменная работа.

1. Учительница записала на доске три положительных числа и велела Диме одно из них уменьшить на 3%, другое уменьшить на 4%, а третье увеличить на 5%. Результаты Дима записал в тетради. Оказалось, что в Диминой тетради записаны те же числа, что и на доске (возможно, в другом порядке). Докажите, что Дима ошибся.

2. На координатной плоскости нарисовали график функции  $y = \frac{k}{x}$ , где  $k$  — некоторое число. На нем произвольно выбраны две точки  $A$  и  $B$  и из каждой из них опущены перпендикуляры на оси абсцисс и ординат (см. рис.) Равны ли площади заштрихованных прямоугольников?



3. Два джентельмена одновременно отправились на прогулку по аллее длиной 100 м. Мистер Смит в час проходит 1 км, мистер Джонс идет медленнее — всего 600 м в час. Дойдя до конца аллеи, каждый поворачивает и с прежней скоростью идет обратно. Встречаясь, они каждый раз раскланиваются.

- Сколько раз они раскланивались на протяжении 25 мин прогулки?
- Сколько времени из этих 25 мин они шли в одном направлении?

4. Дано натуральное число  $n$ . Разрешается стереть в имеющемся числе две цифры, стоящие рядом и отличающиеся на 1 (например, из 245 984 можно получить 2984 или 2454). Дима произвел несколько таких операций и получил из числа  $n$  число 611, а Саша при помощи нескольких операций получил из  $n$  число 556. Докажите, что  $n$  содержит хотя бы две цифры "6".

5. Известно, что  $a$ ,  $b$  и  $c$  — длины сторон треугольника с периметром 1. Докажите неравенство

$$\frac{1+a}{1-2a} + \frac{1+b}{1-2b} + \frac{1+c}{1-2c} > 6.$$

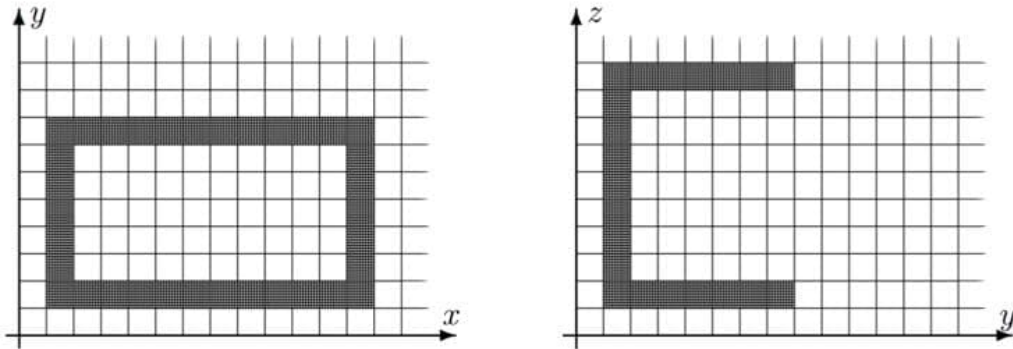
6. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  на катетах  $AB$  и  $BC$  взяты точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM = BC$  и  $MB = CN$ . Докажите, что угол между отрезками  $AN$  и  $CM$  равен  $45^\circ$ .

▷ Это собеседование письменное. Стоит записать решения, не только ответы. Всех приглашаем через неделю, 23 марта! (Это собеседование будет устным.)

**Задача 1.** Вычислите (не пользуясь калькулятором и т. п.)

$$\frac{252^2 - 115^2}{367} \times \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) + \frac{252^2 + 115^2}{277^2} \times \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{13}{12} \right).$$

**Задача 2.** На рисунке ниже показан вид детали с двух сторон. Какой наибольший объем может иметь деталь? (Объясните, какой должна быть такая деталь, и найдите ее объем.)



**Задача 3.** В треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AM$  и  $CK$ , пересекающиеся в точке  $O$ . Может ли угол  $AOC$  быть острым?

**Задача 4.** Существует ли такое натуральное число, которое при умножении его на 2 станет квадратом натурального числа, при умножении его на 3 — кубом какого-то натурального числа, после его умножения на 5 — пятой степенью натурального числа, а после его умножения на 7 — седьмой степенью натурального числа?

**Задача 5.** Сколькими способами можно вырезать из квадрата  $9 \times 9$  квадрат  $3 \times 3$  так, чтобы оставшуюся фигуру можно было разрезать на прямоугольники  $2 \times 3$ ?

**Задача 6.** Есть 12 батареек: 6 хороших и 6 плохих — но какие именно батарейки хорошие, а какие плохие, неизвестно. В фонарик вставляются две батарейки, при этом он светит, только если обе — хорошие. Можно ли гарантированно добиться, чтобы фонарик загорелся а) за 9; б) за 6 таких попыток?