

Примечание: Задания предыдущих занятий можно найти на <https://57.mskobr.ru/articles/73>.

1. Кузнечик прыгает по прямой. В первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз – на 2 см и так далее. Докажите, что после 25 прыжков он не может оказаться там, где начинал.
2. Кто-то написал на доске в некотором порядке 2022 плюса и 2023 минуса. Время от времени ученики ВМШ подходят к доске, стирают любые два знака и пишут вместо них один, причем если перед этим были стерты одинаковые знаки, то вместо них пишется плюс, а если разные – минус. После нескольких таких действий на доске остался только один знак. Какой?
3. а) Из шахматной доски вырезали клетку $a1$. Можно ли то, что осталось, замостить доминошками 1×2 ?
б) Тот же вопрос, если вырезали две клетки $a1$ и $h8$.
в) Тот же вопрос, если вырезали клетки $a1$ и $h1$.
4. В вершинах шестиугольника записаны числа 12, 1, 10, 6, 8, 3 (в таком порядке). За один ход разрешено выбрать две соседние вершины и к числам, стоящим в данных вершинах, одновременно прибавить единицу или одновременно вычесть из них единицу. Можно ли получить в итоге шесть чисел в таком порядке:
а) 14, 6, 13, 4, 5, 2;
б) 6, 17, 14, 3, 15, 2?
5. У племени семпоальтеков было 24 слитка золота, 26 редких жемчужин и 25 стеклянных бус. У Кортеса они могут обменивать слиток золота и жемчужину на одни бусы, у Монтесумы – один слиток и одни бусы на одну жемчужину, а у тотонаков – одну жемчужину и одни бусы на один золотой слиток. После долгих обменов у семпоальтеков осталось только одна вещь. Какая?
6. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 веселых чижа (на каждом дереве по чижу). Время от времени два чижа одновременно перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях (один – по часовой стрелке, другой – против). Докажите, что чижи никогда не соберутся на одном дереве.
- 7*. А если в предыдущей задаче не 44 дерева и веселых чижа, а тех и других по 2022? А если по 2023?