

Абака

Ребусы

Задача 1 (Цена: 10). Решите ребус $ООО + А = АУУУ$.

Задача 2 (Цена: 20). Решите ребус $ОХОХО + АХАХА = АХАХАХ$.

Задача 3 (Цена: 30). Решите ребус $КТО + КОТ = ТОК$.

Задача 4 (Цена: 40). Решите ребус $ОДИН + ОДИН = МНОГО$.

Задача 5 (Цена: 50). Найдите максимально возможное значение суммы $МАТЕМ + АТИКА$.

Логика

Задача 1 (Цена: 10). Ученик ВМШ на перемене всем рассказал, что перед холодной зимой купил теплую одежду. Его принимающий предположил, что это черная фуфайка, одноклассник ученика предположил, что это белый пуховик, а одноклассница — что это черная шуба. Забавно, что каждый угадал либо цвет, либо вид зимней одежды. Что же и какого цвета купил небезызвестный ученик?

Задача 2 (Цена: 20). Пять учеников ВМШ Петя, Вася, Тимур, Чингиз и Паша на перемене устроили соревнование, кто за 5 минут решит больше систем линейных уравнений с двумя неизвестными. Когда переменная закончилась, принимающий спросил их о результатах и в ответ услышал следующее:

Петя: Чингиз занял второе место. Я оказался на третьем.

Вася: Я показал самый лучший результат. Тимур занял второе место.

Тимур: Я был третьим. Вася последним.

Чингиз: Я занял второе место. Паша вышел лишь на четвёртое место.

Паша: Мне удалось опередить лишь одного товарища. Соревнование выиграл Петя.

Принимающий очень расстроился: он подсматривал за ребятами через окошко в двери и знал, что каждый из них сказал одно верное и одно ложное утверждение (а полуправда — хуже лжи!) Получится ли у Вас восстановить итоги соревнования, если известно, что все ребята решили разное количество систем?

Задача 3 (Цена: 30). Один странный мальчик по четвергам и пятницам говорит только правду, по вторникам всегда лжет, а в остальные дни он может и солгать, и сказать правду. Семь дней подряд мальчика спрашивали, как его зовут. Первые шесть ответов, по порядку, были таковы: Женя, Боря, Вася, Боря, Петя, Боря. Как он ответил на седьмой день?

Задача 4 (Цена: 40). В аудитории на ВМШ 12 человек; некоторые из них честные, то есть всегда говорят правду, остальные всегда лгут и любят сдавать заведомо неверные решения. «Здесь нет ни одного честного школьника» — сказал первый. «Здесь не более одного честного школьника» — сказал второй. Третий сказал, что честных не более двух, четвёртый — что не более трёх, и так далее до двенадцатого, который сказал, что честных школьников не более одиннадцати. Сколько честных учеников ВМШ в комнате на самом деле?

Задача 5 (Цена: 50). По кругу сидят 2022 человека, среди них есть как рыцари, так и лжецы. Каждый заявил, что его соседи — лжец и рыцарь, но два рыцаря при этом ошиблись. Сколько лжецов среди присутствующих?

Комбинаторика

Задача 1 (Цена: 10). Дед Мороз принёс на новогоднее занятие мешок пятёрок, мешок сахарных петушков, мешок попыток и мешок симпл-димплов. Он хочет разложить их в 31-ом, 33-ем, 37-ом и 42-ом кабинетах так, чтобы в каждом лежал хотя бы один мешок. Сколько у Мороза способов это сделать?

Задача 2 (Цена: 20). Какое количество баллов в этой новогодней игре наберет команда, которая решит все задачи с первой попытки, но не получит при этом ни одной премии?

Задача 3 (Цена: 30). Дед Мороз из первой задачи вспомнил, что у него есть пятый мешок с умными книжками. Сколько теперь у Мороза способов разложить мешки в кабинетах ВМШ так, чтобы в каждом кабинете лежал хотя бы один мешок?

Задача 4 (Цена: 40). Ученик и Ученица ВМШ выписывают четырёхзначные числа. Ученица выписывает такие числа, у которых первая цифра равно сумме трёх других, а Ученик такие, у которых последняя цифра равна сумме трёх первых. Кто выпишет больше чисел и на сколько?

Задача 5 (Цена: 50). На доске 100×100 расставлены числа 1, 2 и 3 так, что в каждом прямоугольнике 1×3 встречаются все три числа, а в углах стоят единицы. Если эту доску раскрасить в шахматном порядке, то сколько белых клеток будут единицами?

Разрезания

Задача 1. Разрежьте квадрат 5×5 с дыркой в центре двумя прямыми на 4 части так, чтобы из них и еще одного обычного квадрата 5×5 можно было сложить новый квадрат.

Задача 2. Разрежьте равносторонний треугольник на пять попарно различных равнобедренных треугольников.

Задача 3. Разрезать квадрат со стороной 4 клетки, на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25.

Задача 4. Лист бумаги 10 раз сложили пополам (поочередно вдоль и поперек), после чего оторвали от него 4 угла. Если теперь развернуть листок обратно, то сколько в нем будет дырок?

Задача 5. У ученика ВМШ есть клетчатый прямоугольник 5×5 . Он разрезал его на три многоугольника по линиям сетки. Какой наибольший суммарный периметр он мог при этом получить? Приведите пример.

Новогодний оливье

Задача 1 (Цена: 10). Три ученика ВМШ и две ученицы за 5 минут решают 10 задач, три ученицы и два ученика за 15 минут – 45 задач. Сколько задач один ученик и одна ученица решат за минуту?

Задача 2 (Цена: 20). Дед Мороз собрал в Великом Устюге 30000 мешков с подарками по 33 кг каждый и 3456 мешочков с подарочками по 2 кг каждый. Какое наименьшее количество электросаней грузоподъемностью одна тонна надо, чтобы увезти все эти подарки из Великого Устюга?

Задача 3 (Цена: 30). Дед Мороз написал на доске число $12345678910111213141516\dots$. Помогите ученику ВМШ узнать, какие цифры стоят на 2022-м и 2023-м местах.

Задача 4 (Цена: 40). В лесу под ёлкой стоят 6 коробок с сосульками. На них соответственно написаны буквы: «У», «Р», «А», «В», «М», «Ш». Известно, что в «А» лежит треть сосулек коробки «М», а в «Р» сосулек вдвое больше, чем в «А» и «М» вместе взятых. В коробке «У» вдвое меньше сосулек, чем в «М», и на 10 меньше, чем в «В». В коробке «Р» вчетверо больше сосулек, чем в «В». В коробке «Ш» сосулек столько же, сколько во всех остальных коробках вместе взятых. Сколько всего сосулек во всех коробках?

Задача 5 (Цена: 50). В большой сундук дед Мороз положил 7 шкатулок для подарков, в каждую из этих шкатулок он либо положил 7 шкатулок для подарочков, либо ничего не положил, в каждую из шкатулок для подарочков он либо положил 7 шкатулок для сюрпризов, либо ничего не положил, и так далее. В конце концов оказалось, что у Мороза есть ровно 337 шкатулка с содержимым. А сколько у Мороза пустых шкатулок?