

Примечание: Задания предыдущих занятий можно найти на <https://57.mskobr.ru/articles/73>.

0. ("Задача о заборчике"). Землемер вбил в землю несколько колышков, чтобы натянуть десятиметровую веревку, отделяющую один земельный участок от другого. Сколько он вбил колышков, если расстояние между соседними равно 1 метру и по окончании работы ни одна часть веревки не просела и не повисла сбоку?

1. В доску вбито 20 гвоздиков (см. ниже рисунок). Расстояние между любыми соседними из них равно 1 дюйму. Натяните нитку длиной 19 дюймов от первого гвоздика до второго так, чтобы она прошла через все гвоздики.



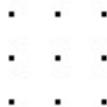
2. Представьте, что куб стоит на столе на одной своей вершине (так, что верхняя вершина расположена точно над нижней) и освещен прямо сверху. Какая в этом случае получается тень от куба?

3. Легко можно разрезать квадрат на два равных треугольника или два равных четырехугольника. А как разрезать квадрат на два равных пятиугольника или два равных шестиугольника?

Примечание к No. 3: Если совсем ничего не получается, требуйте подсказку.

4. На прозрачном столе стоит куб $3 \times 3 \times 3$, составленный из 27 одинаковых кубиков. Со всех шести сторон (спереди, сзади, слева, справа, сверху, снизу) мы видим квадрат 3×3 . Какое наибольшее число кубиков можно убрать так, чтобы со всех сторон был виден квадрат 3×3 и при этом оставшаяся система кубиков не разваливалась?

5. На плоскости даны 9 точек (см. ниже рисунок). Перечеркните их все четырьмя прямыми отрезками, не отрывая карандаша от бумаги.



6. На плоскости даны 16 точек:



а) Покажите, что можно стереть не более восьми из них так, что из оставшихся никакие четыре не будут лежать в вершинах квадрата.

б) Покажите, что можно обойтись стиранием шести точек.

в) Найдите минимальное число точек, которые достаточно стереть для этого.

7*. ("Задача о минимуме суммы расстояний"). Прямолинейный ручей несет с собой чистейшую воду, которую можно пить (что в нашем мире давно забытая редкость) на всем его протяжении. С одной стороны от ручья, но, вообще говоря, на разных от него расстояниях, посреди бескрайних ровных полей расположены две деревни. Ученик ВМШ, отдыхающий летом в одной из них, хочет навестить своего друга, живущего в другой, и при этом принести ему воды (да и самому по дороге напиться). Как ему следует идти, чтобы его путь был кратчайшим?

8*. ("Задача о максимуме разности расстояний"). С другой стороны от ручья и тоже где-то посреди бескрайнего ровного поля расположена еще одна деревня, где живет еще один друг ученика ВМШ. С этим другом они решили сыграть в такую игру: отыскать такое место у ручья, в которое один из них, добираясь напрямик через поле, смог бы прийти, обогнав второго, тоже идущего напрямик в то же место, на наибольшее время (скорости у друзей одинаковы и они честно их не изменяют во все время игры). Помогите им найти такую точку. Может ли так произойти, что такой точки нет?