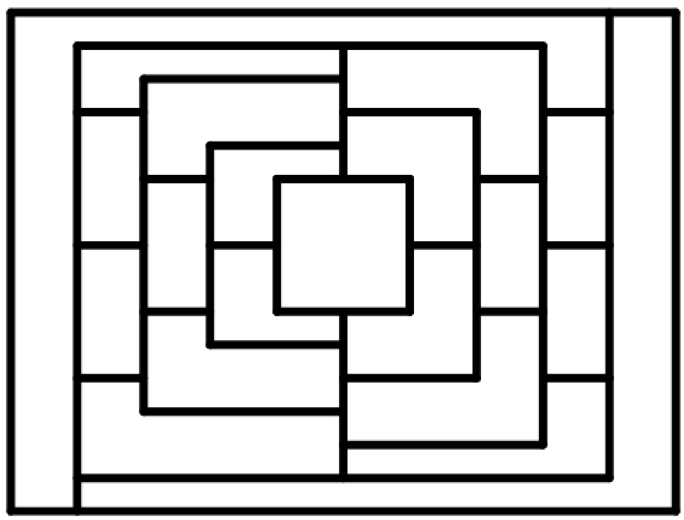
ВМШ 7 КЛАСС ЗАНЯТИЕ 16. ОТДОХНЕМ или РАСКРАСКИ 8 февраля 2023

Примечание 1: Задания предыдущих занятий можно найти на https://57.mskobr.ru/articles/73.
Примечание 2: Злые языки говорят, что в светлом будущем математического образования на выпускных экзаменах будут просить школьников раскрасить фигуру в какой-нибудь цвет (вместо того, чтобы найти ее площадь или сделать с ней что-то еще содержательное). Настоящий листок призван показать в том числе и то, что и такого рода задачи можно сделать вполне содержательными, а потому будущее математического образование на настолько страшно!

1. Раскрасьте нижеследующий рисунок в четыре цвета так, чтобы соседние части были покрашены в разные цвета. Можно ли было бы обойтись тремя цветами?



2. Квадрат 4×4 разделен на 16 клеток. Раскрасьте эти клетки в черный и белый цвета так, чтобы у каждой черной клетки было три белых соседа, а у каждой белой клетки был ровно один черный сосед (соседними считаются клетки, имеющие общую сторону).

3. В квадрате 7×7 клеток закрасьте некоторые клетки так, чтобы в каждой строке и в каждом столбце оказалось ровно по три закрашенных клетки.

4. Каждую грань кубика разбили на четыре равных квадрата и раскрасили эти квадраты в три цвета так, чтобы квадраты, имеющие общую сторону, были покрашены в разные цвета. Докажите, что в каждый цвет покрашено по 8 квадратиков.

5. Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что найдется отрезок, оба конца и середина которого покрашены в один и тот же цвет.

6. Плоскость раскрашена в два цвета, причем каждый цвет использован. а) Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 2023 м. б) Докажите, что найдутся две точки разных цветов, расстояние между которыми также равно 2023 м.

7. Тому Сойеру поручили покрасить забор из 60 досок, причем краски (зеленой и синей) дали в точности столько, что каждой хватает лишь на 30 досок. На этот раз ни один соседский мальчишка с яблоком мимо не проходил, так что Тому Сойеру пришлось и начать и завершить работу в одиночку. Верно ли, что, как бы он ни покрасил доски (каждую доску он красит полностью в один из двух цветов), всегда найдутся а) 40; б) 20 подряд стоящих досок, в которых синих и зеленых поровну? в) А если забор замкнутый (например, имеет вид окружности)?