

Письменное вступительное испытание по математике и физике.

1. Вычислите:

А) $20 : 33 \frac{1}{3} - \left(4 \frac{7}{25} - 1,28 \right) : \left(0,75 + 3 \frac{1}{4} \right) \cdot 0,2$

Б) $\frac{8,57^3}{3} - \frac{5,57^3}{3} - 3 \cdot 8,57 \cdot 5,57$

В) $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) - 2^{64}$

2. Два графика линейных функций пересекаются при $x = 2$. При $x = 8$ значения отличаются на 8. При $x = 20$ значение одной из функций равно 100. Чему может быть равно значение другой функции?

3. Мимо пристани проплывает плот. В этот момент в посёлок, находящийся на расстоянии 15 км от пристани, вниз по реке отправляется катер. Он доплыл до посёлка за 45 мин и, повернув обратно, встретил плот на расстоянии 9 км от посёлка. Каковы скорость течения реки и скорость катера относительно воды?

4. Решите уравнение:

А) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ Б) $x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 4xy + 6yz - 8z + 16 = 0$

5. В выражении $(x^5 + ax^4 + bx^3 + 2x^2 + 5x - 7)^4$ Стёпа раскрыл скобки и привёл подобные слагаемые. Оказалось, что коэффициент при x^{19} равен 24, а коэффициент при x^{18} равен 0. А) Найдите a и b . Б) Найдите сумму коэффициентов полученного Стёпой многочлена.

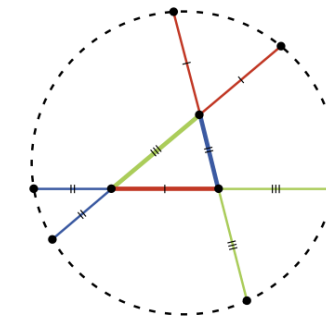
6. В воде плавает кусок льда с полостью внутри. Над поверхностью воды находится 20% объёма всего куска. Какую часть от объёма всего куска составляет объём полости?

7. Дан равнобедренный треугольник $\triangle ABC$. На его боковых сторонах AB и AC отмечены точки D и E соответственно, при этом $AD = BC = EC$ и $AE = ED$. Найдите углы треугольника $\triangle ABC$.

8. Сколькими способами можно разложить число 111000 в произведение трёх попарно взаимно простых натуральных чисел a, b и $c, a \leq b \leq c$?

9. М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены еще раз вырастут на 20%?

10. Два голодных кролика начинают есть морковь массой 27 г с разных концов. Когда морковь была съедена, оказалось, что кролик, начинавший с тонкого конца, съел $\frac{2}{3}$ длины морковки. Как сильно он прибавил в весе после этого? Считайте, что морковь имеет форму конуса, а её плотность везде одинакова.



11. Каждую сторону произвольного треугольника продлили в обе стороны так, как показано на рисунке. Докажите, что полученные 6 точек лежат на одной окружности.

12. После добавления сиропа объёмом $V = 1$ л в большую кастрюлю, частично заполненную водой, плотность содержимого кастрюли возросла на $\Delta\rho = 20$ кг/м³, а объём того, что содержится в кастрюле, увеличился на четверть. Чему равна плотность сиропа? Какой объём сиропа надо дополнительно добавить к полученной смеси, чтобы увеличить её плотность ещё на $\Delta\rho$? Считайте, что сироп хорошо растворяется в воде и что объём смеси равен сумме объёмов исходных жидкостей. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м³.

13. Линейка массы 200 г лежит на двух опорах так, как это показано на рисунке. На один конец линейки положен груз. Какова наибольшая возможная масса груза, при которой линейка ещё останется в таком положении?

